CiberEduca.com

Psicólogos y pedagogos al servicio de la educación

www.cibereduca.com

V Congreso Internacional Virtual de Educación
7-27 de Febrero de 2005

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: UNA ALTERNATIVA PARA LA ESTRUCTURACIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS MATEMÁTICO EN UNA DISCIPLINA DOCENTE

Elpidio López Arias
Eloy Guerrero Seide

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se exponen, las concepciones generales, acerca del procedimiento de relaciones de solubilidad, para estructurar el sistema de conocimientos de una disciplina docente, asignatura o tema, cuyo objeto sea el de la Matemática superior.
Primeramente, se abordan las implicaciones que tienen para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la disciplina docente, la introducción del concepto problema. Luego se analiza la propiedad de las relaciones de solubilidad, en el proceso cognoscitivo de un individuo concreto, modelado en los enfoque sistémico y holístico-dialéctico. Finalmente, se presentan las vías por la que avanza el conocimiento hacia un peldaño superior y las acciones que crean las condiciones para la generalización teórica de los conocimientos, en el proceso de enseñanza aprendizaje.

El procedimiento didáctico de estructuración del conocimiento tiene como elementos esenciales: a la categoría problema, los vínculos entre los problemas, y el proceso de generación de nuevos conceptos por "completamiento".
Esta estructuración del sistema de conocimientos a través de la categoría lógico-gnoseológica problema, tiene potencialidades para revelar la correspondencia entre la teoría y el objeto, al expresar las contradicciones que son la base de las formas del pensamiento.

Por otra parte, las relaciones entre los problemas y entre los problemas y las teorías que los resuelven, dan paso a la comprensión del tránsito de la matemática elemental a la matemática infinitesimal y la capacitación de los futuros egresados de la enseñanza superior.

Se elevan al plano didáctico, las relaciones entre las necesidades sociales y la matemática superior (disciplina de la ciencia) que conforme a las dimensiones gnoseológicas y profesional del micro diseño, y que estando en el objeto, se configuran en el contenido.

DESARROLLO

LOS PROBLEMAS CARDINALES EN EL CONTEXTO PEDAGÓGICO: LOS PROBLEMAS CARDINALES DOCENTES.

La categoría Problema no sólo configura las relaciones entre la sociedad y su subsistema escuela, sino también, se compromete con las relaciones sociales de las ciencias particulares, dado que éstas, formando parte de la cultura universal, se configura en el objeto de una carrera concreta para la asimilación de conocimientos y la formación de los hábitos, habilidades, capacidades y valores propios de estos profesionales. Por lo tanto en el propio proceso pedagógico este objeto se configura en el contenido de dicho proceso.

El problema cardinal en el contexto pedagógico, o problema cardinal docente (por cuanto es parte del diseño docente) es un problema que representa las relaciones de la ciencia y la sociedad, pero aquellos vínculos que sean de interés pedagógico, por lo que se configuran formando parte del contenido de una disciplina, asignatura o tema.
El interés docente lo prefija la configuración objetivos. Los problemas cardinales docentes son entonces problemas configurados en el contenido y que están sometidos a las exigencias de los objetivos.

El empleo de la categoría problema que designa las necesidades del conocimiento para el desarrollo social tiene como intención, caracterizar al proceso de búsqueda y descubrimiento de los nuevos conocimientos en la configuración contenido. Se expresa el vínculo ciencia-sociedad, e indica el punto de partida para el desarrollo del conocimiento para que pueda llegar a satisfacer dicha necesidad.

El problema cardinal docente, formado parte del sistema de conocimientos y por ende del contenido, es una expresión del "objeto transformado en el propio proceso" y toma en cuenta el carácter profesional del proceso pedagógico universitario y los aspectos metodológicos vinculados a la enseñanza y el aprendizaje

Siendo uno de los resultados de la transformación del objeto –el problema cardinal docente- toma en consideración la parte de la cultura donde se da el problema y la delimitación de aquella parte imprescindible para la solución del problema.

El problema cardinal docente, es un problema reconocido como cardinal para la ciencia particular de que se trate, y además tiene una connotación pedagógica para la formación del profesional. La lógica objetiva de la solución del problema cardinal deviene lógica de la disciplina en el proceso docente-educativo. En el caso de las disciplinas básicas específicas, esta lógica de la disciplina es base para la formación de una lógica profesional.

El problema cardinal docente en la búsqueda de un sistema de conocimientos, es un condicionante de los elementos "invariantes" de este conocimiento, pues ellos marcan el carácter necesario y suficiente de cada uno de los elementos del sistema de conocimiento. Este criterio lo da el que estos elementos sean herramientas para la solución del problema cardinal docente y para el cumplimiento de los objetivos.

Inmersos en estos mismos criterios se encuentran los relacionados con la estructura y funcionamiento del sistema de conocimientos descubierto. E nuevamente la solución del sistema problema cardinal docente y sus derivados los que indican dicha estructura.

Vistos desde esta perspectiva de los problemas cardinales docentes, se toman como sus rasgos esenciales y los criterios para su selección los siguientes:

- **Ser un punto de viraje del conocimiento. Además de sintetizar el conocimiento científico que le precede en esa área, marca el comienzo y el curso del desarrollo de los nuevos.**
- **Plantear simultáneamente demandas de la práctica y del desarrollo científico-técnico, como también necesidades desde el punto de vista de la lógica interna del desarrollo de la propia ciencia.**

- **Estar vinculado a un conocimiento que forma parte del contenido en el propio proceso docente por lo que presenta un carácter pedagógico profesional.**

Las necesidades sociales planteadas a la ciencia no se presenta con un carácter integral sintetizado sino a través de un conjunto de problemas particulares y singulares conectados y cuya síntesis tiene lugar en el problema cardinal (con un carácter generalizado) que encierra las contradicciones, cuyo desarrollo tiene el potencial transformador de la teoría en uso. Es decir, el problema cardinal se manifiesta inicialmente, en un conjunto de problemas particulares y singulares, en la solución de los cuales, éste se realiza. Por tanto un nuevo rasgo caracterizador de los problemas cardinales, y por ende de los problemas cardinales docentes es:

- **Ser síntesis de un conjunto de problemas particulares y singulares conectados por el principio de concatenación.**

El problema cardinal docente es el punto de partida para el análisis del sistema. Es decir, es el comienzo metodológico de la investigación ; en primer lugar porque es lo más abstracto del nuevo conocimiento, en tanto manifiesta su necesidad y la insuficiencia de los recursos de la teoría en curso para acometer la actividad de solución. Es una noción insuficiente del nuevo conocimiento buscado.

El problema cardinal docente encierra como un embrión, las contradicciones que al ser desarrolladas, van dando lugar a la teoría perfeccionada o a la nueva teoría.

En este contexto pedagógico, los problemas cardinales, tienen un carácter instrumental, al reflejar la necesidad del nuevo conocimiento, tanto desde el punto de vista lógico y de fundamentación de la ciencia, como el de las aplicaciones prácticas (intramatemático) o
fuera de la matemática (extramatemático).

La tesis de K. Marx referente a que la generación y desarrollo del conocimiento científico sigue el curso del planteamiento y solución de problemas; y que es retomada por B. Kedrov[1] al afirmar que "... la historia de cualquier ciencia es, ante todo, la historia de sus problemas cardinales" es el fundamento para la comprensión de la vía en que el problema cardinal docente y sus problemas particulares y singulares se encuentran interconectados unos con otros de manera que conforman un sistema tanto desde el punto de vista estructural y funcional como desde el ángulo de generación y desarrollo de los nuevos conocimientos.

En un área del conocimiento o disciplina, el surgimiento de un problema cardinal ocurre en el desarrollo de la hipótesis que explica un problema anterior. Por supuesto la formación y desarrollo de hipótesis para la solución del problema actual engendra nuevos problemas.

En la enseñanza de la matemática y en las distintas formas de enseñanza basada en problemas, atendiendo al papel que desempeñan los ,problemas en la dirección y activación del proceso de enseñanza, se reconocen como funciones generales de los problemas; la función instructiva, la función educativa y la función de desarrollo.

---

[1] B.M. Kedrov. Acerca de las leyes del desarrollo de las Ciencias. La Habana. Editorial Ciencias Sociables, 1985. p. 38.

FUNCIONES PEDAGÓGICAS DE LA EXTRUCTURACIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS DE UNA DISCIPLINA A TRAVÉS DE PROBLEMAS

Asumido al sistema formado por el problema cardinal docente (problema generalizado), los problemas particulares y singulares a él asociados, como punto de partida para el análisis del sistema de conocimiento, estructurado con el procedimiento de relaciones de solubilidad, estos cumplen funciones pedagógicas particulares, algunas de las cuales (las principales) desarrollaremos a continuación:

Función formativa

Entendido este carácter formativo como el dominio activo de la experiencia social en un momento histórico concreto, por parte del alumno; es decir, la "adquisición" de un sistema de conocimientos científicos, de un sistema de valores y de modos de la actividad práctica y teórico intelectual y de la información necesaria, que condicionan al desarrollo multilateral de su personalidad de modo que el alumno se convierta en actor de los procesos de transformación social.

La estructura de modo que el alumno se convierta en actor de los procesos de transformación social.

La estructura por relaciones de solubilidad y a través de problemas, no sólo asegura la formación de conocimientos científicos, para el cumplimiento de los objetivos formativos, también hace posible la configuración de las interconexiones entre la ciencia y la sociedad en el contenido del proceso de enseñanza y aprendizaje, y entre la sociedad y el proceso de educación superior. Estas últimas relaciones poseen un carácter de mayor generalidad.

Función de la Interdisciplinariedad

La Interdisciplinariedad no es un subproducto o derivado de una intención curricular, más bien es un elemento causal del currículo.

Vista así, la interdisciplinariedad no está reñida con el trabajo posterior diferenciado de las ciencias particulares.

La ciencia es un reflejo activo de la naturaleza, y como que la naturaleza es una integridad, no puede tener una imagen fragmentada. La ciencia "desde el principio es un todo", en el que el objeto de las ciencias particulares no forman parcelas, cada uno estudiando asuntos particulares; más bien deben comprenderse a estas ciencias como "peldaños sucesivos del desarrollo de un mismo todo"[2]

Los problemas son manifestaciones de las interrelaciones objetivas que se producen entre la sociedad y una ciencia particular. Ellos, configurados en el contenido del proceso pedagógico universitario como problemas docentes, modelan las necesidades que el desarrollo social impone a la ciencia. Cada ciencia participa con su desarrollo particular en la solución de tales necesidades.

[2] E.V Iliénkov. Lógica Dialéctica. Ensayos de historia y teoría. Moscú. Editorial Progreso, 1977. p. 169.

Esta dialéctica del todo y las partes, conocida como interdisciplinariedad impone al proceso pedagógico, la multidisciplinariedad académica como manifestación fenoménica y está sustentada además en el carácter instrumental de las necesidades planteadas en los problemas.

Comúnmente en el proceso docente educativo de las asignaturas de matemática, los problemas son utilizados para motivar los nuevos conocimientos, además, para la sistematización y evaluación de los conocimientos asimilados. Sin embargo es poco frecuente el trabajo con los problemas como el elemento de la estructuración de un sistema de conocimientos.

Los problemas son componentes claves en el procedimiento de estructuración del sistema de conocimientos, inherentes al contenido del proceso de enseñanza-aprendizaje de una disciplina matemática en que se modelen las teorías del análisis infinitesimal. Este procedimiento de estructuración del sistema de conocimientos, con un carácter genésico y de desarrollo, es modelado como un proceso de obtención de nuevos conocimientos. Existe una estrecha relación de condicionalidad entre la red de problemas estructurados y el sistema de conocimientos. Cada nuevo conocimiento es obtenido mediante un proceso de generalización de relaciones. Esto se justifica a su vez por las relaciones existentes entre el nuevo conocimiento y los precedentes en la estructura de las tareas de los problemas.

Lo anterior significa que los problemas, además de vincularse entre si, dan lugar en su estructura objetiva a relaciones entre los conocimientos en uso y los nuevos conocimientos con los que el problema es resuelto.

Consecuentemente, la red de problemas, cumple una función generadora de nuevos conocimientos.

Función de profesionalización

En la literatura pedagógica se define el principio de carácter profesional pedagógico del proceso docente y educativo como el empleo racional de los fundamentos de la ciencia (cuyos conocimientos se han de asimilar) concretada en la disciplina, para formar los modos de actuación de la profesión a partir de una mejor comprensión de el papel de dicha ciencia, en el proceso pedagógico de la carrera[3].

La estructuración a través del procedimiento de relaciones de solubilidad: revela las potencialidades de la matemática del infinito, algunas de cuyas partes se incluyen en el contenido de la matemática escolar; aporta condiciones para la asimilación de la lógica hipotético-deductiva a partir de la cual se desarrolla el proceso pedagógico de la matemática en la escuela y posibilita la comprensión, por parte del futuro profesional, del papel de los problemas en el conocimiento matemático. Esta categoría problema, es la médula del trabajo con la asignatura en la enseñanza Secundaria Básica, a partir de las transformaciones introducidas desde el curso 1999-2000. Lo antes dicho esclarece las vías por las cuales la estructuración del sistema de conocimientos por el procedimiento de relaciones garantiza la realización del principio del carácter profesional pedagógico de la disciplina.

[3] A. Méndez. Metodología de la enseñanza de los fundamentos de la electrónica en el curso de Física Teórica en los Institutos Superiores Pedagógicos. 1989. Tesis doctoral.

EL SISTEMA DE RELACIONES DE SOLUBILIDAD

Como ya hemos establecido anteriormente, el sistema es una propiedad de la realidad objetiva que descubrimos, comprendemos y reflejarnos en nuestra conciencia durante el proceso conocimiento. El sistema así comprendido no es más que una representación de una determinada propiedad de los fenómenos reales que destaca o distingue el investigador en el proceso de conocimiento, para el logro de un objetivo determinado.

El medio de que nos valemos en la investigación para dar cumplimiento a su objetivo es la estructuración del sistema de conocimientos de la disciplina Análisis Matemático para la formación de Profesores de Matemática y Compuytación, por medio de un procedimiento que hemos denominado de “establecimiento de relaciones”, que aprovecha toda la variedad de vínculos existentes entre los modelos pedagógicos de las teorías presentes en la disciplina docente y los problemas: generalizado, particulares y singulares, que generan el sistema de conocimiento de la disciplina.

Es así que, a través del sistema de conocimientos, se persigue destacar en el contenido de la disciplina docente de Análisis Matemático, la relación de generación y desarrollo que tiene lugar entre el problema cardinal de la ciencia particular, y los problemas particulares y singulares de la ciencia y sus teorías, con sus sistemas propios de conocimientos, elevando esta relación, al rango de procedimiento didáctico de estructuración del conocimiento.

Distinguimos como rasgo característico del sistema, la propiedad de la “deducción” de un nuevo conocimiento a partir de la estructura objetiva del subsistema formado por el problema cardinal docente y sus problemas particulares, y a la vez destaquemos, que por el carácter teórico que poseen los nuevos conocimientos obtenidos, ellos permiten resolver todos los problemas de la misma naturaleza que los que le dieron origen. Denominaremos a esta propiedad del sistema, de establecimiento de relaciones de solubilidad o también de manera más abreviada, propiedad de solubilidad .

Un sistema con carácter resolutivo es un sistema de dirección que se origina como el resultado de la interacción de tres subsistemas: uno de conocimientos de partida, otro de problemas (formado por problema cardinal, los particulares y singulares), y finalmente un subsistema de conocimientos generados (se trata de una teoría perfeccionada o de una nueva teoría). Esta vinculación interactiva se manifiesta de la siguiente manera:

I. Los problemas resumen las necesidades de la búsqueda de un nuevo conocimiento, ya sea como el perfeccionamiento del subsistema inicial o por la sustitución de este por un nuevo subsistema de conocimientos, según las características de los problemas y la teoría inicial.
II. El problema cardinal docente y los particulares y singulares que por sus características forman un entramado, son puntos de partida para la búsqueda del subsistemas de conocimientos perfeccionado; además funciona en calidad de nexos generadores del subsistema de conocimientos.
III. La estructura del subsistema de nuevos conocimientos garantiza la solución de los problemas subyacentes a la clase de problemas generadores.

En esta concepción de sistema, los elementos no están dados por anticipado, sino se van “construyendo” (o seleccionando) durante el proceso de conocimiento de la totalidad.

A continuación describimos la naturaleza jerárquica del sistema, apoyándonos en una forma simbólica:

El sistema está representado por la clase de conjuntos S.

$$S = \left\{ P_i^S, A_k^S, F_k^S \right\}$$

donde la subclase $\left\{ P_i^S \right\}$,
con $i \in \left\{ a : a = \overline{1,3} \right\} y \left\{ (\alpha;\beta) : \alpha = \overline{1,3}, \beta = \overline{1,6} \right\} y \left\{ (\alpha;\beta;\gamma) : \alpha = \overline{1,3}, \beta = \overline{1,6} \gamma = \overline{1,4} \right\}$
representa al subsistema de problemas generadores (los tres conjuntos de subíndices i se corresponden respectivamente con los problemas: generalizado de la disciplina, particulares de temas o asignaturas y los singulares); las subclases $\left\{ A_K^S \right\} y \left\{ F_K^S \right\}$ con $k \in \left\{ 1,2,...,6 \right\}$, representan a los puntos nodales de los conocimientos antecedentes a las nuevas teorías, y las nuevas teorías generadas, respectivamente.
Los problemas en la subclase $\left\{ P_i^S \right\}$ se interconectan recíprocamente, por tanto entre los conjuntos de índices se establecen correspondencias multivalentes:

$$\varphi_{\alpha,\beta} : P_\alpha^S \to P_{(\alpha,\beta)}^S, con \alpha \in \left\{ 1,2,3 \right\} \text{ para cada } \beta$$

$$\text{y } \varphi_{\alpha,\beta,\gamma} : P_{\alpha,\beta}^S \to P_{\alpha,\beta,\gamma}^S ; \text{ para cada } \beta, \text{ con } \alpha \in \left\{ 1,2,3 \right\} \text{ y } \gamma \in \left\{ 1,2,3,4 \right\}.$$

En cada uno de los temas y en la disciplina propiamente dicho, como el problema expresa la contradicción entre el objeto y el concepto, y esta contradicción se resuelve en el perfeccionamiento del concepto, se producen conexiones del tipo:

Conocimiento antecedente ⟶ Problema ⟶ Nuevo conocimiento

Al asumir un enfoque sistémico para el análisis del objeto, hemos definido el sistema con un carácter de desarrollo, teniendo a los problemas como elementos. Distinguimos entonces como elemento fundamental al problemas generalizado de la disciplina docente.
Por otro lado, se destacan como leyes de vinculación o estructuración del sistema, las concatenaciones entre los problemas y entre problemas y los diferentes puntos nodales del conocimiento, especialmente las definiciones que hemos denominado "por completamiento" y que aluden al método de demostración constructivo del Análisis Matemático.

La matemática elemental presenta, como toda teoría, un carácter condicional y limitado[4], especialmente, en lo relativo a los procedimientos de medición de las magnitudes. La

[4] V.I. Lenin. Cuadernos filosóficos. La Habana, Editora Política, 1979. p.176.

condicionalidad de este conocimiento se revela en la contradicción presente en el problema cardinal de la matemática superior, al que hemos denominado problema cardinal.

El carácter objetivo que poseen los problemas científicos de una ciencia concreta, nos asegura que los mismos se encuentran en una red o entramado de concatenaciones. La red de problemas expresa el movimiento, las transiciones de un concepto a otro y por ende las concatenaciones entre ellos.

La necesidades que se plantearon a la matemática y que condujeron a la creación de la matemática superior, no se presentaron desde un inicio, con un carácter general, sino a través de problemas singulares y particulares. Los hallazgos de las áreas comunes entre los problemas, y de los elementos generales que los entrelazan, han constituido, en sí mismos, nuevos conocimientos de la ciencia matemática. El problema cardinal del cálculo de magnitudes, en tanto es síntesis de todos los restantes problemas de igual naturaleza, revela los rasgos esenciales de cada uno de ellos. Esto hace que el problema cardinal posea la característica de la elementalidad por su definición como parte esencial de todos los problemas de medición de magnitudes.

El problema generalizado expresado como la necesidad de medir una magnitud en un objeto, cuyo modelo posea por lo menos una de sus dimensiones definida por una variable (de infinitos valores), incluye de forma no desarrollada a las contradicciones de la matemática elemental, en el estudio de los procedimientos de cuantificación de las magnitudes en la investigación de los movimientos mecánicos.

Este problema generalizado, es el más simple, porque expresa la contradicción esencial de cualquiera de los problemas de medición de una magnitud por métodos aproximados". Al problema generalizado son aplicables los principios metodológicos expresados por C. Marx[5] cuando al referirse a la categoría simple del método del ascenso de lo abstracto a lo concreto, la describe como la que "... puede expresar relaciones dominantes de un todo poco desarrollado aún, relaciones que ya existían antes de que el todo se hubiese desarrollado en la dirección que está expresada en una categoría más concreta".

El problema generalizado es el aspecto esencial o relativamente estable de todos los problemas del cálculo infinitesimal, expresa la insuficiencia que cada uno de los procedimientos de medición de magnitudes presenta, en el marco de la matemática elemental, y a la propia vez, cada uno de estos problemas de medición de magnitudes, es la concreción del problema generalizado, a cierta condiciones particulares, que conducen a unas categorías más concretas.

El problema generalizado presenta las necesidades de la práctica social y las propias de la lógica de la matemática, de alcanzar un nuevo conocimiento; pero estas necesidades se presentan de una forma "pobre", sin los rasgos específicos de las magnitudes concretas.
Aquí se nos presenta la problemática de cuál ha de ser la correcta selección de las concatenaciones entre los problemas que garanticen la formación de las generalizaciones conceptuales por parte de los alumnos.

---

[5] C.Marx. Contribución a la crítica de la economía política. La Habana. Editora Política, 1966, p.261.

Los problemas deben concatenarse de generalizado y más abstracto a los más concretos de manera que propicie un análisis de los conceptos principales de la disciplina, desde las formas más abstractas a las más concretas. Con este criterio, en el orden lógico, sigue al problema generalizado, los problemas particulares, que es como hemos denominado a los problemas asociados al conocimiento de las vías de perfeccionamiento del procedimiento para medir clases de magnitudes, como las asociadas a la integración o a la derivación.

Los problemas de asignaturas o de temas, son formas particulares en las que se revela el problema generalizado de las disciplina. El cálculo con diversas magnitudes particulares, va revelando a su vez los rasgos comunes a cada una de ellas y las propiedades del método infinitesimal para el cálculo de magnitudes.

Como ya se ha afirmado, la Matemática Superior o Análisis Infinitesimal, como disciplina de la Ciencia Matemática, estudia procedimientos de medición por medio del completamiento de los procedimientos conocidos de la matemática elemental; para lo cual se vale de las variables y las relaciones de dependencia entre variables, con las que pueden modelarse: Objetos, procesos y fenómenos de la realidad.

El proceso de perfeccionamiento de los conocimientos antecedentes que dio lugar a las teorías del análisis infinitesimal, se produjo en dos direcciones fundamentales, que se complementan. En una, se estudian los diferentes procedimientos de medición de la matemática superior, los que tienen como característica esencial la utilización de diversas vías de determinación de números reales; por lo que también están relacionados con los problemas de la inconmensurabilidad de segmentos.

La segunda vertiente que complementa a la anterior, hace explícita la necesidad del desarrollo del estudio de las variables y las funciones, en la disciplina; porque a través de ellas se modelan las diferentes situaciones que devienen en objetos de medición. El estudio de las variables y las funciones, aportan también los criterios o condiciones en los que son adaptados los modelos y por tanto, las condiciones para efectuar la medición de la magnitud de que se trate. La síntesis de las dos vertientes del desarrollo de los objetos de la matemática infinitesimal se produce con el estudio de las vías de la sistematización de los conocimientos logrados y de la exposición de las nuevas teorías.
Por lo anterior, al configurar el objeto de estudio de la matemática superior, en el contenido de una disciplina docente, consideramos conveniente desglosarlo en cuatro aspectos, que aunque independientes, cada uno posee existencia propia. Ellos son:

- El estudio de las funciones, las diferentes vías de expresarlas y representarlas y los modos en que se forman o generan nuevas funciones.

- El estudio de las condiciones y criterios para modelar a través de funciones y variables, diferentes situaciones de la realidad (vías de adaptación de los modelos).
- El estudio de los diferentes procedimientos de medición de magnitudes por “completamiento” de los procedimientos de la matemática elemental.
- Estudio de las vías de la sistematización y exposición en teorías, de los conocimientos ya logrados.

Los cuadros 1 y 2 presentan al problema, que hemos considerado como problema generalizado de la disciplina en sus tres vertientes; y los problemas particulares respectivamente.

PROBLEMA GENERALIZADO $P_i^S \ i \in \{1,2,3\}$	
P_1^S	Insuficiencias de los procedimientos de la matemática elemental, para calcular magnitudes de objetos cuyos modelos, alguna de las dimensiones de su extensión se define por una variable.
P_2^S	Estudio de las variables y funciones reales.
P_3^S	Estudio de las condiciones de aplicación de los modelos, a diferentes situaciones, co el empleo de variables continuas.

Cuadro 1: Problema generalizado de la disciplina.

Con respecto al desarrollo de los procedimientos de medición de magnitudes por completamiento, es significativamente trascendente considerar los métodos de determinación de los números reales, vinculados a la teoría de límites.

Lo antes dicho significa que la generación y el desarrollo de nuevos conocimientos asociados a las necesidades de perfeccionamiento de los procedimientos de medición de una magnitud concreta, expresadas en uno de los problemas particulares, presupone.

- La definición del procedimiento perfeccionado y con esta definición, las clases de funciones con las cuales es factible definir los modelos objeto de medición.
- El establecimiento de las propiedades operatorias, en las nuevas condiciones de medición.
- La determinación de las estrategias que deben seguirse para solucionar, con los resultados alcanzados, los diferentes problemas con que se sintetizan en esta clase de problemas que hemos denominados "particulares".

Significa que la generación y el desarrollo de los nuevos conocimientos que estructurados, permiten la solución de la clase de problemas sintetizados en el llamado problema particular, conduce a la solución de un conjunto de tareas que denominaremos, grupos de problemas singulares y que definiremos como:

1. Un primer grupo de problemas singulares orientado a la generación de los nuevos objetos utilizados en el nuevo procedimiento, es decir un grupo orientado a la generación de los conceptos básicos.
2. Un segundo grupo se orienta en lo fundamental a revelar las propiedades que norman la operatoria y cálculos con los nuevos objetos definidos.
3. Un tercer grupo, orientado a la precisión de los teoremas básicos o esenciales del punto nodal del conocimiento de que se trate.

Finalmente, el cuarto grupo de problemas, que facilita desarrollar y sistematizar las técnicas para aplicar los conocimientos logrados.

TEMAS	PROBLEMAS PARTICULARES	
1. Teoría de los números reales	$P_{1,1}^{S}$	Insuficiencia de los procedimientos de la matemátic elemental para medir longitudes se segmento inconmensurables con la unidad.
	$P_{2,1}^{S}$	Estudio de las variables finitas e infinitas (numerable continuas).
	$P_{3,1}^{S}$	Variables nominales o categóricas, ordinales, de intervalo y de razón.
2. Funciones reales elementales	$P_{2,2}^{S}$	Variables ligadas o dependientes. Representación d funciones. Representaciones gráficas.
	$P_{3,2}^{S}$	Modelación de fenómenos relacionados por vínculo causales.
3. Límite y continuida de funciones reales.	$P_{1,3}^{S}$	Insuficiencia de los procedimientos de la matemátic elemental para calcular valores irracionales de una funció real continua.
	$P_{2,3}^{S}$ $P_{3,3}^{S}$	Variables continuas ligadas. Modelación de fenómenos relacionados por vínculo causales a través de funciones continuas. Pronósticos.
4. Diferenciación y aplicaciones.	$P_{1,4}^{S}$	Insuficiencia de los procedimientos de la matemátic elemental para determinar el coeficiente de variación d magnitudes variables continuas dependientes.
	$P_{2,4}^{S}$	Funciones que expresan coeficientes de variación relativ de una magnitud (variable) dependiente (funcione derivadas). Aproximación lineal (local) (diferenciales). Puntos crítico Series de potencias.
	$P_{3,4}^{S}$	Movimientos mecánicos. Optimización y trazado d gráficos de funciones reales de variable real. Cálculo aproximados.
5. Integración y aplicaciones.	$P_{1,5}^{S}$ $P_{2,5}^{S}$	Insuficiencias de los procedimientos de la matemátic elemental para determinar la extensión de los objetos. Variables que permiten calcular extensione (integrabilidad); y las relaciones de éstas con las variable que expresan variaciones relativas.
	$P_{3,5}^{S}$	Determinación de la extensión de los objetos. Movimiento mecánicos.
6. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.	$P_{1,6}^{S}$	Insuficiencias de los procedimientos de la matemátic elemental para el estudio de los modelos mecánicos.
	$P_{2,6}^{S}$	Vínculos funcionales entre variables independientes funciones.
	$P_{3,6}^{S}$	Leyes de la naturaleza.

Cuadro 2: Problemas particulares de los temas de la disciplina.

El cuadro 3 presenta la relación que existe entre el problema particular de un tema β- ésimo en sus tres vertientes, y los cuatro grupos de problemas singulares.

Cualquier clasificación que se realice de los problemas, lleva implícita la finalidad del estudio en el cual se inserta. G. Polya distingue entre problemas de encontrar y problemas de probar; L. Puig y F. Cerdán[6] clasifican a los problemas aritméticos en: problemas de una etapa y problemas de más de una etapa, dependiendo de que sea necesario una omás operaciones aritméticas, para alcanzar la solución; L. Campistrous y C. Rizo[7] clasifican a los problemas aritméticos para su solución, atendiendo a tres parámetros de dificultad: paso del texto al modelo intuitivo, estructural y de lenguaje. En este trabajo clasificamos a los problemas, por su grado de abstracción, haciéndolos corresponder con los niveles de sistematicidad del conocimiento en la disciplina, como aparece en el cuadro 4.

PROBLEMA PARTICULAR β-ésimo $P_i^S,\ i\in\{(\alpha,\beta):\alpha=1,2,3\}$	**GRUPO DE PROBLEMAS SINGULARES** $p_i^S,\ i\in\{(\alpha,\beta,\gamma):\alpha=\overline{1,3},\gamma=\overline{1,4}\}$	
$P_{1,\beta}^S$,	$P_{1,\beta,1}^S$	Grupo de problemas orientados conceptos.
$P_{2,\beta}^S$	$P_{2,\beta,2}^S$	Grupo de problemas orientados propiedades.
	$P_{2,\beta,3}^S$	Grupo de problemas orientados a los teoremas fundamentales.
$P_{3,\beta}^S$	$P_{3,\beta,4}$	Grupo de problemas orientados a la aplicaciones

Cuadro 3: Relación entre los problemas particulares de un tema y los grupos de problemas singulares.

NIVELES DE SISTEMATICIDAD	
DEL CONOCIMIENTO	DE LOS PROBLEMAS
DISCIPLINA	PROBLEMA GENERALIZADO (Problema cardinal docente)
ASIGNATURA	PROBLEMA PARTICULAR (de asignatura)
TEMA	PROBLEMA PARTICULAR (de tema)
CLASES	PROBLEMAS SINGULARES

[6] L. Puig y F. Cerdán: Problemas aritméticos escolares. Madrid. Editorial Síntesis, 1995, p.90.
[7] L. Campistrous y C. Rizo. Aprende a resolver problemas aritméticos. Ciudad de La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1996, p.71.

Cuadro 4: Niveles de sistematicidad de lo problemas para la estructuración del conocimiento en la disciplina.

En la definición del objeto de la matemática superior, se expresa que uno de los conceptos fundamentales de esta disciplina es el de función. Con el procedimiento de estructuración planteado, este concepto transita desde una forma singular a una particular, hasta elevarse a una forma más universal. Estas etapas en el trabajo con las funciones, suelen ser obviadas, dificultando la comprensión y formación de este concepto. En este caso, primeramente se estudian funciones concretas, como son las funciones racionales, las potenciales, las trigonométricas, etc. (tema 2); en el segundo momento, se estudian las propiedades generales de cualquier función, haciendo abstracción de la representación concreta de la forma en que se relacionan la variable dependiente con la independiente (temas 3, 4 y 5) y finalmente se estudian operadores funcionales, a través de las ecuaciones diferenciales ordinarias (tema 6).

ANÁLISIS DEL SISTEMA DE RELACIONES DE SOLUBILIDAD CON EL ENFOQUE HOLÍSTICO-DIALÉCTICO.

En el Modelo Holístico Configuracional del proceso docente-educativo, el contenido no constituye algo inerte y estático. El contenido como configuración del proceso pedagógico es dinámico por los cambios y transformaciones del objeto del contenido y por los cambios que se operan en las formas del reflejo del conocimiento, en eterno proceso de aproximación al objeto.

Esta concepción del proceso docente-educativo, precisa de un diseño y de una proyección que aseguren que en los sucesivos eslabones del proceso se haga viable el despliegue de una enseñanza desarrolladora en correspondencia con las exigencias actuales; toda vez que la selección, estructuración y sistematización de los contenidos, es uno de los principales determinantes de la optimización del proceso pedagógico[8 9].

H. Fuentes e I. Álvarez consideran que las configuraciones integradas en el proceso docente educativo forman configuraciones de orden superior. Quiere esto decir que las relaciones entre las configuraciones (problemas, objeto, objetivo, contenido, método y resultado) engendran nuevas configuraciones de un orden superior. Ahora bien cada una de ellas analizada como la totalidad en su funcionamiento y dinámica da lugar a las partes de esa totalidad, quiere decir que esto ocurre con la configuración contenido.

La solución del problema docente de la disciplina expresada en el objetivo con un lenguaje pedagógico se logra por medio del contenido. Con respecto a este contenido no sólo importa su selección, también su estructuración, que influye en la sistematización .

La variante de estructuración de la disciplina y sus asignaturas que se propone en la investigación toma en cuenta la configuración contenido como una totalidad, entre cuyas partes distinguimos: los conocimientos de ese contenido, el objeto de conocimiento, las formas del reflejo de este conocimiento y los problemas de contenido.

---

[8] V. Davidov. La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico. Moscú. Editorial Progreso, 1988, p.192.

[9] O. González. Aprendizaje e instrucción. En: Compendio de lecturas sobre currículo: Diseño, práctica y evaluación: Curso internacional, La Habana, CEPES, 1994.

Con el contenido se modela en la disciplina con los criterios pedagógicos derivados del proceso multidimensional del micro diseño, los aspectos, propiedades y relaciones del objeto del conocimiento de la matemática superior que estando presentes en el contenido, contribuyan a la formación de los modos de actuación profesionales.

Los conocimientos y las formas del pensamiento que los reflejan hacen referencia a la refracción del conocimiento del objeto en la disciplina, las asignaturas y temas con las cuales son resueltos los problemas docentes de la disciplina, en cumplimiento de los objetivos.

Los problemas del contenido son las manifestaciones de las contradicciones en el conocimiento entre su forma y contenido, en diferentes estadios del desarrollo de los conocimientos; lo que determina la lógica de este proceso cognoscitivo.

DEFINICIÓN DE MAGNITUDES POR EL PROCEDIMIENTO DE COMPLETAMIENTO

El elemento esencial de la variante de estructuración propuesta para los estudiantes, es el estudio de las condiciones que marcan la necesidad del nuevo conocimiento y las regularidades y leyes que rigen la génesis y desarrollo de estos.

Los nuevos conocimientos se obtienen en un proceso de generalización, ligado a abstracciones numéricas y de las mediciones de magnitudes propias de la matemática elemental. Tomando en consideración que los conceptos de número real, variable continua y los de operaciones a ellos asociados, corresponden a un nivel de abstracción superior al de los conceptos de números y sus propiedades.

Los números entero, positivos y negativos y los racionales son “relaciones”, en tanto que los números reales son “clases” de infinitos números racionales. El procedimiento constructivo de los números reales por completamiento del conjunto de números racionales, induce un procedimiento análogo de determinación de magnitudes por completamiento de los correspondientes procedimientos de la matemática elemental.

La disciplina debe comenzar con una introducción a partir del cual se esclarezcan las características objetivas de los problemas de determinación de magnitudes, cuya solución no resulta factible en el marco de la matemática elemental, y que requieren de los métodos del análisis infinitesimal, quedando establecida la necesidad del desarrollo de dichos métodos infinitesimales y los rasgos esenciales de los problemas solubles a través de ellos.

Los conceptos de magnitud correspondientes a la matemática elemental, pueden ser formados por los alumnos, cuando orientados por el profesor, ellos operan con objetos reales; separan la propiedad común y logran la generalización conceptual a través de la identificación de la relación entre los objetos que poseen la propiedad fijada, como una relación de equivalencia.

En presencia de los problemas teóricos no solubles por estos procedimientos, en los que el pensamiento tiene que operar, necesariamente con conceptos como el de número, en ausencia de influencias concreto-sensibles, el propio nivel racional del conocimiento puede ser utilizado como objeto del conocimiento, a través de la lógica de los conceptos. Los métodos lógico-deductivos, aportan una de la vías con las que se tendrán que verificar estos nuevos conocimientos matemáticos.

En este nivel racional del conocimiento es que se diseña el procedimiento de estructuración de los conocimientos de la disciplina.

Guiado por el profesor, primeramente, el alumno identifica en el problema particular planteado, la magnitud cuya determinación se precisa, estableciéndose su correspondiente antecedente en la matemática elemental. En un segundo momento de la "construcción" se define, por alguna vía, una clase E de los conjuntos de medidas de la magnitud determinadas por el procedimiento antecedente conocido. Por ende, los conjuntos que componen a E tienen como elementos, números racionales. Este es un paso significativamente importante en la construcción, primeramente porque la determinación de los conjuntos de medidas responde a las características particulares de la magnitud de que se trate; en segundo lugar porque se han de elegir de entre los tipos de conjuntos definidores de números reales (las cortaduras se Dedekind, las clase contiguas, las sucesiones fundamentales, de números racionales)más convenientes.

El tercer momento está asociado al establecimiento de una relación de equivalencia $\Re$ sobre E, tomando en consideración la identificación de las relaciones de igualdad y diferencia de los elementos de E según las propiedades de la magnitud. Se define el conjunto cociente $E/\Re$ que define $\Re$ sobre E.

En cuarto lugar se justifica la identificación existente entre Q (conjunto de los números racionales) y una parte de $E/\Re$. Las operaciones de $E/\Re$ restringidas a Q son las inicialmente consideradas en este conjunto de relaciones.

Finalmente el nuevo conjunto obtenido $E/\Re$ es el conjunto de las cantidades de la magnitud que se mide. Las cantidades de la magnitud, son las distintas clases de equivalencia que define $\Re$ sobre E.

Si E fue definido a partir de clases contiguas, y la magnitud que se desea determinar es la longitud, entonces las cantidades de longitud medidas, serán los elementos de separación de las clases (formado por números racionales) de longitudes. En otras palabras, cada magnitud estará representada por el elemento de separación del par de clases contiguas elegido como representante de la clase de pares de clases contiguas.

De lo antes analizado se puede concluir que el completamiento como vía de construcción de los objetos del cálculo infinitesimal (se trata de la verificación de la existencia del objeto, mediante su construcción, y de su unicidad) deviene en un invariante de la disciplina.

LA PROFESIONALIZACIÓN DE LA DISCIPLINA ANÁLISI MATEMÁTICO

La contextualización del problema cardinal de la matemática superior en el proceso pedagógico y su precisión como problema generalizado de la disciplina se lleva a cabo durante el diseño de ésta, y en respuesta a las exigencias sociales formuladas a la formación del profesional. Exigencias que se configuran en el proceso docente-educativo a través de los objetivos.

Los objetivos de la formación de los profesores de Matemática y computación y las características del objeto del conocimiento de la Matemática Superior define como un aspecto de singular interés, la comprensión del tránsito de las matemática elemental a la infinitesimal, además de las vías de sistematización y exposición de los nuevos conocimientos.

La estructuración del sistema de conocimientos de la disciplina, por el procedimiento que consideramos, modela las "relaciones de solubilidad" entre los problemas y los nuevos conocimientos, y el proceso de sistematización y exposición de los nuevos conocimientos en una teoría. De este modo se modela el tránsito de los métodos y procedimientos de cálculo de magnitudes de la matemática elemental a las teorías de la matemática infinitesimal y las vías seguidas para la sistematización y exposición de estas teorías.

Estas relaciones hacen explícito el carácter profesional de la disciplina Análisis Matemático en la carrera considerada.

Destaquemos que el aporte de la disciplina a la formación del campo de acción de la profesión, no depende de que en la asignatura Matemática se estudien teorías completas o no, de la disciplina, sino de que posibilita al futuro egresado la comprensión del tránsito ¡de la matemática elemental a la matemática infinitesimal, y lo capacita para su explicación, dado que este tránsito define un paradigma de la Ciencia Matemática y está presente como "método" en el estudio de los conceptos: variable continua, número real, función real, entre otros.

CONCLUSIONES

El procedimiento didáctico de estructuración del conocimiento se vale de las consideraciones entre los problemas y las relaciones de solubilidad entre problemas y los nuevos conocimientos a ellos asociados, especialmente el proceso de "completamiento" que convierte las vías de cálculo de las magnitudes de la matemática elemental, en las matemática superior.

El problema como categoría de la configuración contenido, es el elemento fundamental para la variante de estructuración del conocimiento mediante el establecimiento de relaciones de solubilidad. Por el principio de concatenación se define una red de los problemas del contenido, la que define tres niveles de sistematicidad y que son ajustados a los niveles de sistematicidad de una disciplina docente.

En primer lugar el problema generalizado de la disciplina es el que define o resume los rasgos paradigmáticos de la matemática superior como una etapa del desarrollo de la ciencia matemática.

En segundo lugar, los problemas particulares de tema son los que expresan las necesidades generales planteadas en el problema de la matemática superior, pero vinculadas a las particularidades de un procedimiento de cálculo, adaptable a un grupo de magnitudes.

Finalmente tenemos los problemas singulares asociados a un tema que define las necesidades del desarrollo interno de la matemática, cuyas soluciones hacen posible el desarrollo, la estructuración y las aplicaciones de la teoría.

El conocimiento de la matemática superior estructurado por el procedimiento de relaciones en una disciplina docente, hace explícitas las potencialidades de este conocimiento para el cumplimiento de los objetivos formativos; destacándose las funciones de la interdisciplinariedad, la generadora y de la profesionalización.

Con respecto a la profesionalización, y teniendo en cuenta que las funciones de disciplina docente básica o básica específica que la matemática superior tiene en muchas de las carreras universitarias, emergen dos aspectos fundamentales. Con la disciplina se asegura; el dominio de los procedimientos infinitesimales para el cálculo de las cantidades de las magnitudes, propios del paradigma de la matemática superior; y la asimilación de la lógica hipotético-deductiva propia del proceso de investigación y obtención del conocimiento científico.

BIBLIOGRAFÍA:

- Campistrous Pérez, L.: Aprende a resolver problemas aritméticos. Ciudad de La Habana Pedagogía'97, Curso 35, 1997.
- Davidov, V.V. Tipos de generalización en la enseñanza. La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 1981, 485p
- Engels, Federico. Dialéctica de la naturaleza. La Habana, Editorial de Ciencias Sociales, 1982, 348p.
- Farfán, R.M. y F. Hitt. Heurística, Sección de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, s/f.
- Gascón, Joseph. El papel de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas. Educación Matemática (México) Vol. 6 No.9: 37-51, Diciembre, 1994.
- Guerrero Seide, Eloy y Elpidio López Arias. El problema: factor de profesionalización de la disciplina Análisis Matemático en la carrera Matemática-computación. Cátedra Didáctica General y Especial, Santiago de Cuba, No.2: 88-92, 1997

- Guerrero Seide, Eloy. El grafo como modelo para el estudio de la estructura del contenido de un programa de asignatura, Cátedra Didáctica General y Especial, Santiago de Cuba, N0.4, Octubre- Diciembre, 1999.
- Guerrero Seide, Eloy et al. La utilización de la teoría para un aprendizaje sistémico en el proceso docente-educativo del Análisis Matemático. Una alternativa metodológica. La Habana. Universidad de La Habana. Evento Internacional EduMat 2000, año 2000.
- Hernández Fernández, Herminia. Nodos cognitivos: currículo y evaluación. La Habana. Evento Internacional EduMat 2000. Universidad de La Habana, (2000), 10p.
- Kopnin, P.V. Lógica dialéctica. La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 1983, 560p.
- Llivina Lavigne, Miguel J. Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos. Ciudad de La Habana, 1999. Tesis Doctoral.
- Majmutov, M.I. Enseñanza Problémica. La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 1983, 371p.
- Libros para la Educación, La Habana, 1981.